

پاسخنامه تشریحی

۱

$$\omega_t = k_p - k_1 \quad \omega_t = k_p \quad \frac{k_{z_p}}{k_{z_1}} = \frac{F_d}{F_d} = 1$$

۲

$$P_p = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} \quad P_p = \frac{40 \times 10 \times 6}{1} = 2400 W$$

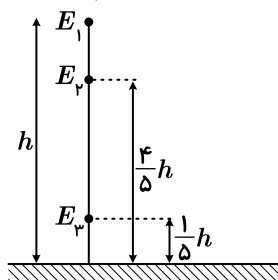
$$\text{بازده} = \frac{P_p}{P_1} \times 100 \quad \text{بازده} = \frac{2400}{3000} \times 100 = 80\%$$

۳

گام اول: قانون پایستگی انرژی مکانیکی را برای انرژی‌های E_1 و E_p نوشته و h را به دست می‌آوریم:

$$E_1 = E_p \Rightarrow U_1 + \cancel{K_1} = U_p + K_p \Rightarrow mgh = mg\left(\frac{4}{5}h\right) + \frac{1}{2}mv_p^2 \Rightarrow gh - \frac{4}{5}gh = \frac{1}{5}gh = \frac{1}{2} \times 6^2 \Rightarrow \frac{1}{5} \times 10 \times h = 18 \Rightarrow h = 9m$$

گام دوم: با استفاده از h به دست آمده، قانون پایستگی انرژی مکانیکی را برای انرژی‌های E_1 و E_p می‌نویسیم:



$$E_1 = E_p \Rightarrow U_1 + \cancel{K_1} = U_p + K_p \Rightarrow mgh = mg\left(\frac{1}{5}h\right) + \frac{1}{2}mv_p^2 \Rightarrow 10 \times 9 = \left(10 \times \frac{1}{5} \times 9\right) + \frac{1}{2}v_p^2 \Rightarrow \frac{1}{2}v_p^2 = 90 - 18 = 72$$

$$\Rightarrow v_p^2 = 144 \Rightarrow v_p = \sqrt{144} = 12 m/s$$

۴

عمق ۱۰ متری چاه را به عنوان مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. آب در این نقطه ساکن است و انرژی جنبشی و پتانسیل گرانشی آن صفر است. برای رسیدن آب به مقصد، باید روی آب کار انجام داد. کاری که پمپ آب انجام می‌دهد، باعث افزایش انرژی‌های جنبشی و پتانسیل گرانشی می‌شود. این کار برابر انرژی مصرفی این پمپ است.

$$\text{انرژی مصرفی در هر دقیقه} \quad E \times 0.75 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

$$\Rightarrow E \times 0.75 = \frac{1}{2} \times (600 kg) \times \left(5 \frac{m}{s}\right)^2 + (600 kg) \times \left(10 \frac{N}{kg}\right) \times (10 m) = 7500 J + 60000 J = 67500 J$$

$$\Rightarrow E = \frac{6750 \times 10^3 J}{0.75} = 9 \times 10^6 J$$

$$\Rightarrow \text{انرژی مصرفی در هر ساعت} \quad E = 60 \times 9 \times 10^6 J = 5.4 \times 10^6 J$$

۵

در محاسبه کار وزن، جابه‌جایی عمودی (تغییر ارتفاع) مهم است.

الف

$$W_{\text{وزن}} = (mg \cos \theta) \times d = (1400 N) \times \cos 0^\circ \times (40 m) = 5.6 \times 10^4 J$$

ب

$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U \Rightarrow \Delta U = -5.6 \times 10^4 J$$

۶

انرژی مفید برابر ۲۰ درصد انرژی ناشی از سوختن بنزین است.

$$E_{\text{مفید}} = \frac{20}{100} (10 L) (4 \times 10^4 J/L) = 8 \times 10^4 J$$

$$90 km/h = 90 \times \frac{10}{36} m/s = 25 m/s$$

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{100 \times 10^3 m}{25 m/s} = 4 \times 10^3 s$$

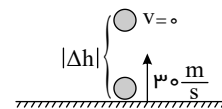
$$\bar{P}_{\text{مقید}} = \frac{E_{\text{مقید}}}{\Delta t} = \frac{8 \times 10^4 J}{4 \times 10^{-3} s} = 2 \times 10^7 W$$

۷

$$W_t = K_f - K_i \Rightarrow W_f + W_{mg} = 0 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$\Rightarrow f \times |\Delta h| \times \cos 180^\circ - mg|\Delta h| = -\frac{1}{2} \times 2 \times (30)^2$$

$$\Rightarrow -10|\Delta h| - 20|\Delta h| = -900 \Rightarrow |\Delta h| = 30m$$



۸

$$K_f - K_i = W_{\text{کل}}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{400}{1000} \times (5)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{400}{1000} \right) (10)^2 = W_{\text{کل}}$$

$$\frac{2}{10} (25 - 100) = W_{\text{کل}} \rightarrow -\frac{2}{10} \times 75 = W_{\text{کل}} = -15J$$

$$W_{\text{کل}} = W_{mg} + W_{f\text{هوا}}$$

$$-15 = (-mg\Delta h) + W_{f\text{هوا}}$$

$$-15 = -\frac{4}{10} \times 10 \times 1.5 + W_{f\text{هوا}} \Rightarrow \frac{W_{f\text{هوا}}}{W_{mg}} = \frac{-9}{-6} = \frac{3}{2}$$

$$-15 = -6 + W_{f\text{هوا}} \rightarrow W_{f\text{هوا}} = -9J$$

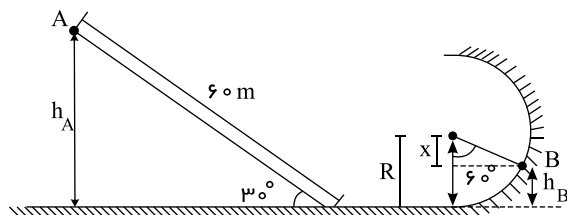
۹

قبل از هر چیز، فاصله قائم نقاط A و B تا سطح زمین را می‌یابیم.

$$\sin 30^\circ = \frac{h_A}{60} \Rightarrow h_A = 30m$$

$$\cos 60^\circ = \frac{x}{R} \Rightarrow x = R \cos 60^\circ$$

$$h_B = R - x = R - R \cos 60^\circ = 10 - 10 \times \frac{1}{2} = 5m$$



حال کار نیروی وزن را از نقطه A تا B به دست می‌آوریم. می‌دانیم که:

$$W_{mgAB} = -\Delta U = -mg\Delta h = -mg(h_B - h_A) = -2 \times 10 \times (5 - 30) = 500J$$

و در نهایت طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_T = \Delta K \rightarrow W_{mg} + W_f = K_B - K_A \rightarrow W_{mg} - |W_f| = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) \Rightarrow 500 - 300 = \frac{1}{2} \times 2 \times (v_B^2 - 5^2)$$

$$\Rightarrow 200 = v_B^2 - 25 \Rightarrow v_B^2 = 225 \Rightarrow v_B = 15 \frac{m}{s}$$

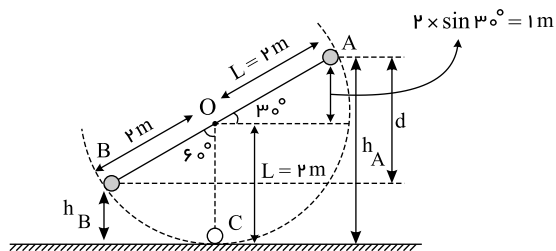
۱۰

$$W_t = K_f - K_i \Rightarrow W_{mg} + W_f = K_f - K_i$$

$$\Rightarrow +mg|\Delta h| + W_f = \frac{1}{2} \times 2 \times 6^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4^2 \Rightarrow 20 \times \left(4 \times \frac{1}{2} \right) + W_f = 20 \Rightarrow W_f = -20J$$

۱۱

اگر نقطه C را به عنوان زمین در نظر بگیریم، در نقطه A و نقطه B ، فاصله از سطح زمین برابر است با:



$$h_A = L(1 + \sin \alpha) \xrightarrow{L=r, \alpha=30^\circ} h_A = r(1 + \frac{1}{2}) = \frac{3}{2}r$$

$$\left. \begin{aligned} h_B &= L(1 - \cos \theta) \\ h_B &= r(1 - \cos 60^\circ) \end{aligned} \right\} \rightarrow h_B = r(1 - \frac{1}{2}) \Rightarrow h_B = r \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}r$$

بنابراین فاصله قائم بین نقاط A و B برابر است با:

$$d = h_A - h_B = \frac{3}{2}r - \frac{1}{2}r = r$$

$$W_F = Fd \cos \theta \Rightarrow W_{mg} = mgd \cos(0) = 0.5 \times 10 \times 2 \times 1 = 10 J$$

۱۲ وقتی جسم در ارتفاع $\frac{3}{5}h$ قرار دارد، انرژی جنبشی‌اش معادل $\frac{2}{5}mgh$ است، به عبارتی داریم:

$$\frac{U}{K} = \frac{\frac{3}{5}mgh}{\frac{2}{5}mg} = \frac{3}{2} \xrightarrow{K=160J} \frac{U}{160} = \frac{3}{2} \Rightarrow U = 240 J$$

و در آخر داریم:

$$E = U + K = 240 + 160 \Rightarrow E = 400 J$$

۱۳ با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = K_f - K_i \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{موتور}} = K_f - K_i \Rightarrow -mg(h_f - h_i) + P_{\text{موتور}} \Delta t = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$m = 3 \text{ ton} = 3 \times 10^3 \text{ kg}, g = 10 \text{ m/s}^2, h_f = 3 \text{ m}, h_i = -9 \text{ m} \rightarrow -(3 \times 10^3) \times 10 \times (3 - (-9)) + 750 \times 60 = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$= \frac{1}{2} \times (3 \times 10^3) \times v_f^2 - 0 \Rightarrow -360000 + 450000 = 1500v_f^2 \Rightarrow 90000 = 1500v_f^2$$

$$\Rightarrow v_f^2 = \frac{90000}{1500} = 60 \Rightarrow v_f = 2\sqrt{15} \text{ m/s}$$

۱۴

ابتدا تبدی‌ها را به $\frac{m}{s}$ تبدیل می‌کنیم. توان اتومبیل با کار کل بر روی زمان برابر است و کار کل را با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی محاسبه می‌کنیم. بنابراین:

$$P = \frac{\frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)}{t}$$

$$20 \times 10^3 \times 10 \times 60 = \frac{1}{2}m \times 5040 \times 10^3 = \frac{\frac{1}{2}m(30^2 - 20^2)}{10 \times 60} v_i = 72 \text{ km/h} \times \frac{10}{36} = 20 \text{ m/s}, v_f = 108 \text{ km/h} \times \frac{10}{36} = 30 \text{ m/s}$$

$$m = 48000 \text{ kg} = 48 \text{ ton}$$

۱۵ از ۱۰ متری زیر زمین تا ۲۰ متری بالای زمین، آب به اندازه ۳۰ متر جابه‌جا می‌شود. در حداکثر ارتفاع، تبدی آب صفر است. بنابراین داریم:

$$W = Pt = 2000 \times 10 \times 60 = 12 \times 10^5 J$$

$$\Delta K = K_f - K_i = 0$$

$$W_{\text{پمپ}} = -W_{mg} = -(-mg\Delta h) \xrightarrow{\Delta h=30m} 12 \times 10^5 = m \times 10 \times 30$$

$$\Rightarrow m = \frac{12 \times 10^5}{3 \times 10^2} = 4000 \text{ kg}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow 1000 = \frac{4000}{V} \rightarrow V = 4 \text{ m}^3$$